

## The potential field of a point charge الجهد حول الشحنة النقطية

كما نعرف فان الشحنة النقطية تشع حولها مجالا كهربائيا , فلو كانت الشحنة النقطية في نقطة الاصل, يكون مجالها الكهربائي: For a point charge Q at the origin , the electric field intensity at a distance r from the charge is

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} a_r \quad (V/m)$$

• فرق الجهد بين نقطتين A & B (خلال مجال الشحنة) يمكن حسابه كما يلي:

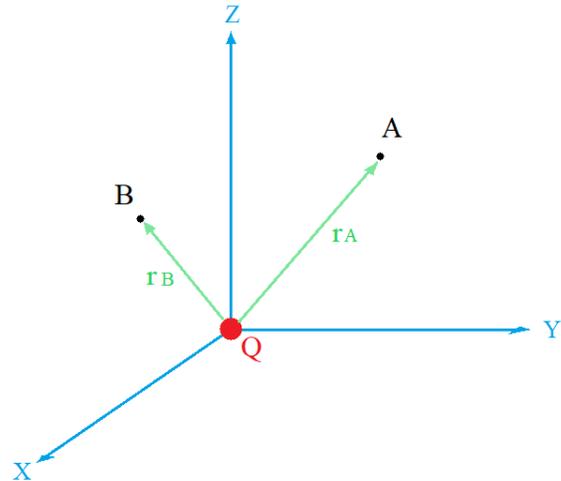
- The potential difference between points located at  $r=r_A$  and  $r=r_B$  in the field of the point charge is:

$$V_{AB} = - \int_{r_B}^{r_A} E \cdot dL$$

$$= - \int_{r_B}^{r_A} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} a_r \cdot dr a_r$$

$$= - \int_{r_B}^{r_A} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = V_A - V_B$$



### ملاحظة هامة:

فرق الجهد بين النقطتين A و B يعتمد فقط على مسافة كل من النقطتين عن الشحنة النقطية ولا يتأثر بشكل المسار (مثل الشغل الذي لا يتأثر بشكل مسار نقل الشحنة الاختبارية) من A الى B

The potential difference between two points in the field of point charge depends **only on the distance of each point from the charge** and does not depend on the particular path used to carry our unit charge from one point to the other.

## • المرجع في الجهد The reference potential

لتكن نقطة B بعيدة جدا عن الشحنة بحيث يكون جهدها صفرا فتكون هي المرجع لقياس بقية الجهود بالنسبة لها  
If  $V_B=0$  at infinity:

فان فرق الجهد بين نقطة A ونقطة B يكون:

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{\infty} \right) = V_A - 0 = V_A$$

فيمكن القول أن جهد نقطة A (بتعبير مجازي , اي: فرق جهدا عن جهد نقطة B البعيدة) يكون كما يلي:

$$V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_A}$$

وكذلك لأي نقطة تبعد عن الشحنة النقطية بمقدار  $r$  يكون الجهد :

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{جهد اي نقطة نسبة الى المرجع الصفري البعيد})$$

• اما في حالة كون المرجع غير صفري او لحساب الجهد نسبة الى جهد مرجعي  $V_{ref}$  في مكان معين:

A convenient method to express the potential without selecting a specific zero reference entails identifying  $r_A$  as  $r$  once again and letting  $Q/4\pi\epsilon_0 r_B$  be a constant then:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C_1 \quad \text{and} \quad C_1 = V_{ref} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_{ref}}$$

حيث ان  $r$  : يمثل بعد نقطة الحساب عن الشحنة النقطية

$R_{ref}$  : بعد نقطة المرجع عن الشحنة النقطية

$V$  : الجهد عند نقطة الحساب

$V_{ref}$  : جهد المرجع

$C_1$  may be selected so that  $V=0$  at any desired value of  $r$ . We could also select the zero reference indirectly by electing to let  $V$  be  $V_0$  at  $r = r_0$

**Example 1:** Find the potential at  $r_A=5\text{m}$  with respect to  $r_B=15\text{m}$  due to a point charge  $Q=500\text{pc}$  at the origin and zero reference at infinity?

**Solution:**

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$V_{AB} = \frac{500 \times 10^{-12}}{4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi}} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{15} \right)$$

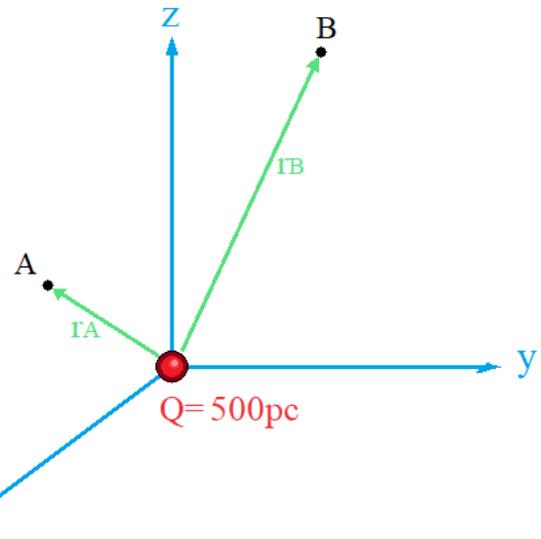
$$V_{AB} = 4.5 \left( \frac{3-1}{15} \right) = 0.6 \text{ V}$$

\* to find  $V_A$  and  $V_B$

$$V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_A} = \frac{500 \times 10^{-12}}{4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} 5} = 0.9 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_B} = \frac{500 \times 10^{-12}}{4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} 15} = 0.3 \text{ V}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = 0.9 - 0.3 = 0.6 \text{ V}$$



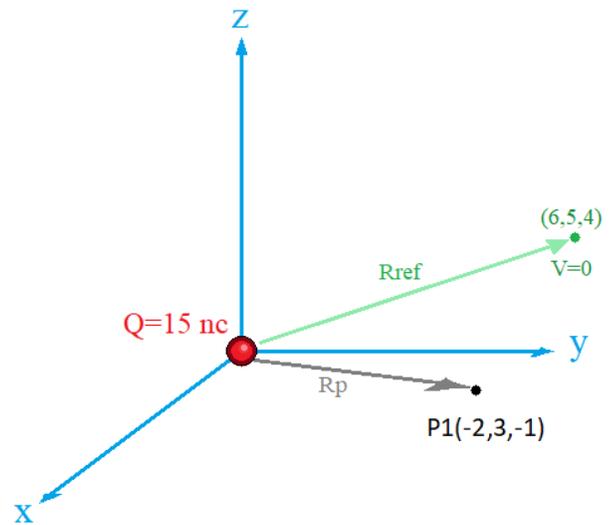
**Example 2 :** A 15nc point charge is at the origin in free space . Calculate V1 if point P1 is located P1(-2,3,-1) and :

- a) V=0 at (6,5,4)
- b) V=0 at infinity
- c) V=5V at (2,0,4)

**Solution:**

a) V=0 at (6,5,4) هذا المرجع الصفري في النقطة

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C_1, \quad C_1 = V_{ref} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_{ref}}$$



$$V_{ref} = 0, \quad R_{ref} = \sqrt{6^2 + 5^2 + 4^2} = \sqrt{77} = 8.775$$

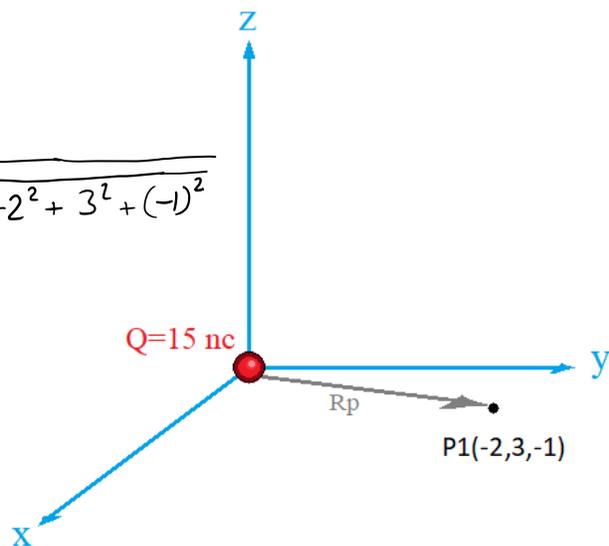
$$C_1 = 0 - \frac{15 \times 10^{-9}}{4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} 8.775} = -15.384$$

$$V \Big|_{(-2,3,-1)} = \frac{15 \times 10^{-9}}{4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \sqrt{-2^2 + 3^2 + (-1)^2}} - 15.384 = 20.7 \text{ V}$$

b) V=0 at infinity

$$V \Big|_{P_1} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_p} = \frac{15 \times 10^{-9}}{4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \sqrt{-2^2 + 3^2 + (-1)^2}}$$

$$V_{P_1} = 36.08 \text{ V}$$



c)  $V=5V$  at  $(2,0,4)$

$$C = V_{\text{ref}} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_{\text{ref}}}$$

$$C = 5 - \frac{15 \times 10^{-9}}{4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \sqrt{2^2 + 0^2 + 4^2}}$$

$$C = -25.187$$

$$V_{P_1} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C$$

$$V_{P_1} = \frac{15 \times 10^{-9}}{4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \sqrt{-2^2 + 3^2 + (-1)^2}} - 25.187$$

$$V_{P_1} = 36.08 - 25.187 = 10.89 \text{ V}$$

